@Acrographia

クリプキの意味の懐疑論を具現化する

榊原英輔

要旨

クリプキの懐疑論は意味の反実在論を結論として導き出すが、その論証の過程で、言語的証拠に合致する解釈は複数存在する、という補題を必要としている。ところがクリプキは、これまで可能な解釈の多数性を証明したことはなく、比喩を頼りに前提とするばかりであった。ネイル・テナントは彼の著書 *The Taming of the True* において、このテーゼには深刻な障壁が立ちはだかることを指摘し、懐疑論者の非標準的解釈は鬼火(will o' wisps)に他ならない、と批判した。本論では、テナントに抗して、代数学の範囲に限るならば非標準的解釈が実際に構成できることを示したい。構成された非標準的解釈はテナントの反論を免れており、標準的解釈と相互定義可能な関係にあることが示されるであろう。クリプキの懐疑論は、いわば受肉したデモンなのである。一方、同様の技法が自然言語の非標準的解釈を構成するのに応用できるかどうかは、現時点で明らかではない。しかし、自然言語の中でも数に直接関係する部分だけを再解釈する方法なら考えることができ、自然言語の非標準的解釈を構成する有望な候補であると思われる。

1. はじめに

近年の言語哲学の討論の中でも、最も不安を誘い、議論を巻き起こしてきた主題のひとつは、クリプキが提唱した意味の実在性に対する懐疑論であった。この問題は現代哲学の様々な主題と関係しており、異なる背景を持つ多くの哲学者が過熱した論争に身を投じてきた。この主題に関わる文献の蓄積は膨大で、主張は複雑に絡み合っているため、不慣れな初学者は容易に混乱してしまうに違いない。本論で扱うのは、この広大な迷宮のまさに入り口の部分である。

Wittgenstein on Rules and Private Language の中でクリプキが最初に挙げるのは、クワス算という奇妙な関数である。仮に、私たちが 57 以上の数の足し算をしたことがなかったとしよう。その時、過去の計算の実例をどれだけ根拠として持ち出しても、自分が「+」の記号によって、次のようなクワス関数⊕を意味していたという可能性は排除できない、とクリプキは主張するのである(Kripke 1982, p. 7f)。

$$a \oplus b = \begin{cases} a + b & (a < 57 \text{ and } b < 57) \\ 5 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

クリプキは、過去の言動が意味を固定できないということを一通り論じた後に、傾向性や心像といった他の候補が解釈を決定するかどうかを吟味することに取り掛かる。ここでは、クリプキの足取りを追いかけるのは控えたい。かわりに本論では、ネイル・テナントが提起した、可能な解釈の多数性に対する疑いに焦点を当て、クリプキの議論の最初の一歩をより深く追究していくことにしたい。

The Taming of the True においてテナントは、クリプキの懐疑論に対する反論を組み立てた(Tennant 1997, pp. 100-115)。彼の議論の概要は以下のごとくである。まずテナントが指摘するのは、クリプキの懐疑論が意味の反実在論を打ち立てることを目標にしているにも関わらず、存在する証拠全てと整合的であり、まだ言明されていない文に対して標準的解釈とは異なる真理値を付与するような対立解釈が存在する、という補題をクリプキが必要としているということである。

もし標準的解釈のみが過去の証拠と整合的であるなら、標準的解釈は他のいかなる解釈よりも適切な解釈だということになるだろう。このような非対称性があると、懐疑論は説得力を欠いたものになってしまうだろう。後半の条件は、対立する解釈が、将来の正しい振る舞いに違いをもたらすのに十分なほどに標準的解釈と異なっている、ということを保証するためのものである。明らかに、標準的解釈と同型な解釈は、過去に言明されたものであろうとなかろうと、すべての文に同じ真理値を割り振ることになる。だがそのような解釈は、クリプキが欲しているものではないのである[1]。

テナントは次に、そのような非標準的解釈の存在に疑いを投げかける。彼が強調するのは、ある語が別様に再解釈されると、不整合を回避するために、ドミノ倒しのように次々と他の語の解釈も変更しなければならなくなるという事実である。例えば「+」がクワス関数を意味すると解釈すると、「加算」という語はクワス算(quaddition)を意味し、「和」はくわ(quum)を意味し、「数える」はくわぞえる(quount)ことを意味すると解釈し直さなければならなくなるだろう(Ibid., pp. 104-107; Kripke 1982, p. 15f)。ところで、全称量化記号を含む文の存在は、懐疑論者の対立解釈の反例にならないだろうか[2]。クリプキ自身が挙げて

---

[1] この点に関して、クリプキの懐疑論は、パトナムが“Models and Reality”において論じてきた問題とは異なっている(Putnam 1980)。クリプキの議論の基盤にある論理的な問題は、標準的解釈において真とされる文の集合とは異なる文の集合を真とするようなモデルが存在するかどうかというものである。例えば、私たちはこれまで被加数が 57 以上の足し算をしたことがなかったとし、A をこれまでに言明され真とされてきた代数の文の集合とすると、A∪{“57+68=5”}が果たして無矛盾集合であろうかという点が問題なのである。

[2] 量化記号を含む文を証拠として用いることに関しては、説明を補足する必要がある。第一

いる例を考えてみよう。「+」がクワス関数を意味していたと解釈すると、結合法則を表現する文、すなわち“$\forall x \forall y \forall z\ (x + y) + z = x + (y + z)$”が偽となってしまうのではないだろうか。というのも、“$(23 + 34) + (-10) = 23 + (34 + (-10))$”は、「+」がクワス関数を意味するなら偽となってしまうからである。

ここで懐疑論者は、「∀」も過去に高々有限回使われた記号の一つに他ならず、「∀」に関してもこれまでと同様の論法が当てはまる、と続けざまに主張するだろう。クリプキ自身、結合法則を用いた反論に対して、再反論を準備している。彼の再反論は、「結合法則」と呼ばれる文の真理性は、「∀x」という記号を〈ある値 h より小さなすべての x について〉と解釈し直せば保持できる、というものであった(Kripke 1982, p. 16f, footnote 12)。例えば上記の「結合法則」は、h=28.5 と取れば真になるのである。

ところが、「∀x」を上限付きの全称量化(bounded universal)と解釈すると、今度は“$\neg\exists x\big(x \in \aleph \wedge \forall y(y \in \aleph \rightarrow y \leq x)\big)$”が偽となってしまう。ここで「ℵ」は自然数の集合を意味するものとする。標準的解釈においてこの文は、最大の自然数は存在しない、ということを表している。だが特定の上限より小さな数の中には必ず最大の自然数が存在するため、対立解釈ではこの文は偽となってしまうのである。

に、数学や論理学に長じた一部の人を除いて、多くの人は上記のような文を口にすることがないというのは事実である。しかし、このことは量化記号を含む文を含めた整合性を考慮しなくてよい理由にはならない。もし、量化記号を含むような文を証拠に含めると非標準的解釈の余地がなくなってしまうのだとしたら、代数学の記号の意味が定まらないのはただ素人にとってのみであり、経験豊富な数学者や論理学者は固定された意味を享受できるということになってしまう。仮にこれが結論だとすると、懐疑論は死んだも同然であろう。懐疑論が力を保つためには、これまでに誰かによって言及されたことがある文のすべてを証拠として採用しても、解釈が一意に定まらないということが言えなければならないのである。第二に、クリプキの懐疑は、しばしばグッドマンの議論を言語学に応用しただけであると理解されることがある(例えば Allen 1989)が、全称量化記号を含む文が証拠に含まれるかどうかという点に、グッドマンの問題とクリプキの問題の一つの明確な違いが見て取れるのである。グッドマンの新しい帰納の問題の要は、観察によって得られる単称言明から、どのような一般化をすればよいかということは論理的には決定されていないということであった(Goodman 1983, pp. 72-81)。それゆえ、グッドマンの観点からすると、「すべてのエメラルドはグリーンである」といった全称量化記号を含む文は、帰納を支持する証拠というよりは、帰納の結論なのである。他方、語の特定の解釈を支持する証拠は、過去に言明された真とされたすべての文であり、その中には全称量化記号を含む文も含まれているのである。人間は具体的な計算をするだけでなく、代数学の定理について語る生き物であるから、クリプキのみが量化記号を含む文によって生じた問題に取り組まなければならないのである。

整合的な対立解釈を構成するためには、語の解釈は全面的に改められなければならない、という点をテナントは強調する。ところがクリプキや彼の追従者は、どのようにして解釈の全面的改訂を行うかを示してこなかった。かわりに彼らは、反対者によって新たな反例が提示される毎に、対立解釈をその都度巧妙に微調整していけばよいと示唆している。しかし、そのような方法で最終的に安定した対立解釈に到達するという保証はないのである。この点に依拠し、さらに全面的な再解釈が直面するであろう三つの障害の例を付け加えた上で、テナントは懐疑論者の対立解釈というのは鬼火(will o' wisps)に他ならないと糾弾するのである(Tennant 1997, p. 101)。

クリプキが異なる解釈の存在に自信を持っていたのは、有限数の文の集合に解釈を与えるという問題は、有限な数列の中に規則を見出すという問題に類比的であると考えたからである(Kripke 1982, p. 18)。だが、アナロジーは哲学的論証の礎とするにはあまりにも頼りない存在である。というのも、私たちは正反対の答えを示唆するアナロジーも作ることができてしまうからである。確かに、私がこれまでに言及したり記述したりしたことのある文の数は有限である。しかし、これまで人類の歴史の中で使用されたことのある語の数は、文の数よりもはるかに少ない。我々はここでジレンマに直面する。一方で構成性原理(the principle of compositionality)に従うならば、文の解釈の改変はその文に含まれる語の解釈の改変を通してのみ可能である。他方で、再解釈はこれまでに言明されたすべての文の真理値を保存するという条件を満たすものでなければならないのである。すると、「異なる解釈がどれだけ可能か」という問題は、「変数の数よりはるかに多くの連立方程式がある場合に、解の自由度はどの程度か」という問題に類比的だということにならないだろうか？このアナロジーからすると、そもそも一つの解が存在すること、すなわち標準的解釈があるというだけでも奇跡的であり、まして異なる解が存在することは、もはや全く自明ではないのである。二つのアナロジーが対立するとき、アナロジーを恃みにした議論は役に立たない。必要とされているのは、厳密な証明なのだ。

テナントは、他の解釈の存在を立証する挙証責任を負っているのは懐疑論者の側であると主張する。確かに、相手方に挙証責任を押し付けるというのは、哲学の議論においては非生産的である。しかし、挙証責任を押し付けるという態度を非難するのは、非生産的な議論を塗り重ねているだけである。そこで本論では、部分的にではあるが、テナントの挑戦に真正面から応じてみたいと思う。本論の第一の目標は、代数学の文に対する非標準的解釈を実際に構成してみせることである。本論では、便宜的に量化の作用域を実数の範囲に限定する。とはいえ、構成法は十分に一般的なものなので、虚数や行列といったものを含むより高等な代数学の領域にも適用できることは直感的に明らかである。非標準的解釈の構成は 2 節で行い、3 節ではテナントが挙げた三つの反論に応答することにする。クリプキの懐疑論は、掴みどころのない鬼火などではなく、いわば受肉したデモンなのである。懐疑論を具体化することで、懐疑論はもっと切迫したものになるし、逆に懐疑論の本性が顕わになるかもしれない。

4 節では、新たに提案された非標準的解釈が標準的解釈と相互定義可能であることを論証する。別の言い方をするならば、2 節で提示された非標準的解釈が標準的解釈から定義可能であるならば、標準的解釈は非標準的解釈から定義可能である、ということを示すつもりである。「帰納法の新たな謎」においてグッドマンは、グルーとブリーンの概念がブルーとグリーンの概念から定義できるように、ブルーとグリーンの概念もグルーとブリーンの概念から定義可能であり、さらにどちらから定義する場合も、定義項に時点についての言及が含まれるという点で対称的である、ということを強調した(Goodman 1983, p. 79f)。グッドマンがこの点を強調するのは、グルーやブリーンといった新興の概念は時間や場所への言及を含むために「純粋に質的」ではなく、帰納に用いるのは不正である、という疑念を払拭するためであった。対して、標準的解釈と非標準的解釈の間の定義関係は、完全にではないものの、ほぼ対称的であることが示される。懐疑論者の対立解釈にとって、標準的解釈との相互定義可能性は必須事項ではない。だが標準的解釈と相互定義可能であることが示されれば、懐疑論に反旗を翻すための道筋の一つが断たれることになるだろう。

5 節では、自然言語の再解釈の可能性ついて、クリプキの「グルー」の例を借りて手短に論じたい。前節までに論じてきた手法が自然言語に一般的に応用できるかどうかは、本論で扱うことのできる範囲を超えた問題である。だが自然言語の数と直接関連する部分だけを再解釈する方法があり、これは自然言語の非標準的解釈の一つとして有望な候補であると思われる。

2. 解釈 Q

代数学の言語の標準的な解釈を、解釈 C と呼ぶことにしよう。懐疑論者の対立解釈というのは、(1)過去に使用された代数記号のうち一つ以上を解釈 C とは異なる仕方で解釈し、(2)これまでに言明されたすべての文の真理値を保存し、かつ、(3)これまでに言明されたことのない文のうちいくつかには、解釈 C とは異なる真理値を付与するものでなければならない。本節では、これらの条件を満たす解釈――解釈 Q と呼ぶことにしよう――を解釈 C から構成する方法を、二つのステップに分けて論じていきたい。

第一のステップでは、解釈 N という数字に非標準的な意味を与える解釈を提示する。解釈 N は(2)と(3)を満たすが、(2)と(3)が満たされるのは(1)が満たされない場合だけであることが判明する。つまり、解釈 N は求めていた対立解釈とはなりえないのである。そこで第二のステップでは、解釈 N が、関数記号や述語記号に非標準的な意味を与える解釈 Q に変形される。関数記号や述語記号の意味は、Q 化(Qfication)という首尾一貫した手続きによって置換される。最後に、解釈 Q は上記三つの条件を満たすことが示される。

2.1. 第一のステップ：解釈 C から解釈 N へ

第一のステップでは、数字の解釈を変える解釈 N について考えてみたい。解釈 N では、ウィトゲンシュタインの『哲学探究』に登場する有名な生徒の例に倣い(Wittgenstein 2001, paragraph 185)、1000 よりも大きな数においては、数はその表記が進む半分の速さで増大するものとする。すなわち、「1」は 1 を意味し、「2」は 2 を意味し、「1000」は 1000 を意味するが、「1002」は 1001 を意味し、「1004」は 1002 を意味し、「3000」は 2000 を意味するという具合である。中間の値も同様で、「1003」は 1001.5 を意味するものと考える。

関数 q(x)を次のように定義しておこう。

$$q(x) = \begin{cases} x & (x \leq 1000) \\ 2x - 1000 & (x > 1000) \end{cases} \tag{2.1}$$

関数 q(x)は全単写であるから、逆関数 $q^{-1}(x)$が存在する。これを用いて解釈 N は次のように定式化できる。

解釈 N とは、任意の数 x の 10 進数における正準表記が $q^{-1}(x)$ を意味し、数字以外の記号に対しては解釈 C と同様の意味を与える解釈である。

サイモン・ブラックバーンに倣い、関数 q における屈曲点(bending point)は 1000 であると言うことにする(Blackburn 1984, p. 290f)。解釈 N と解釈 C は屈曲点より手前の数字に対しては同じ意味を与えるのに対し、屈曲点を超えた数字に対しては異なる意味を与える。解釈 N を採用している者は、「2、4、6、同様に順々に 2 を足していきなさい」と言われると、「8、10、…、998、1000、1004、1008、…」と答えるだろう。さらに、解釈 N では以下の文はいずれも真となる。

“$30 \times 30 = 900$”
“$700 + 400 = 1200$”
“$30 \times 40 = 1400$”
“$120 \times 10 = 60 \times 20$”
“$1500 + (500 + 700) = 3900$”
“任意の数 x、y、z に関して、$(x + y) + z = x + (y + z)$”
“p を任意の素数とし、a を p の倍数でない任意の整数とするとき、$a^{p-1} \equiv 1 \pmod p$”(フェルマーの小定理)

肝心なのは、代数学の言語は外延的であるため、どんなに複雑なものであろうとも、解釈 N と解釈 C は屈曲点より大きい数を表す数字を含まない代数の文には同じ真理値を与える、という点である。それゆえ、次の命題 C-N が成り立つ。

命題 C-N:屈曲点より大きい数を表す数字を含まない任意の代数の文は、それが解釈 C

において真である時、そしてその時に限り解釈 N においても真である。屈曲点より大きな数を表す数字を含む文に関しては、一般的にそのような対応関係は成り立たない。

上述した例では、解釈 C と解釈 N が袂を分かつ屈曲点は 1000 であったが、屈曲点は q の定義の仕方次第で任意の数に変更することが可能である。したがって、屈曲点をこれまで世界の中で言及されたことのある数のうち最大の数と定めることもできるだろう。この時、解釈 N はこれまで言明されたことのある全ての代数学の文の真理値を保存する一方で、これまで言及されたことのないような大きな数を表す数字を含む文に対しては、解釈 C と付与する真理値が異なるということが生じてくるのである。つまり、解釈 N は(2)と(3)の条件を満たすのである。ところがこれらの条件が満たされるのは、解釈 N と解釈 C の違いが、これまでに用いられたことのない数字の解釈に限定されている場合、つまり(1)が満たされない場合だけである。したがって解釈 N は、クリプキが求めていた非標準的解釈の適切な例とは見做しえない。解釈 N のようなものが存在するのは、これまでに用いられたことのない記号の意味は、過去に言明された文の制約を受けずに、自由に解釈できてしまうという自明の理を反映しているに過ぎないのである。

2.2. 第二のステップ：解釈 N から解釈 Q へ

そこで、解釈 N の改良を試みることにしよう。求められている解釈は、私たちが繰り返し用いてきた記号の意味を別様に解釈しながら、解釈 N と同様の性質を保持しているような解釈である。そこで、(2.1)が成り立つ場合を考えてみよう。例えば“1500 + (500 + 700) = 3900”は解釈 C においては偽である。しかし、解釈 N においては真である。なぜなら、以下が成り立つからである。

$$q^{-1}(1500) + (q^{-1}(500) + q^{-1}(700)) = q^{-1}(3900). \tag{2.2}$$

では、数字を標準的な仕方で解釈しながら、「+」や「=」の解釈を調整することで、同じ文を真にすることはできないだろうか。基本的な着想は、q^{-1} を数字の解釈から引きはがし、関数記号や述語記号の解釈に張り付けるというものである。必要となる改変を Q 化と呼ぶことにし、Q 化された関数 f や述語 P を、それぞれ Qf、QP と表記することにしよう。すると Q+と Q=は、

$$1500\ \mathrm{Q+}\ (500\ \mathrm{Q+}\ 700)\ \mathrm{Q=}\ 3900 \tag{2.3}$$

が成り立つように定義されなければならないことになる。

第一近似として、Q+と Q=が下図のそれぞれ影をつけた部分に対応するものとしてみよう。

Q+　　　　Q+　　　　Q=

$$q^{-1}(\ 1500\ ) + (\ q^{-1}(\ 500\ ) + q^{-1}(\ 700\ )\ )\ =\ q^{-1}(\ 3900\ )$$

ところが、この配分では不整合が生じてしまう。なぜなら内側の Q+と外側の Q+が異なる意味を持ってしまうからである。そこで恒等関数に等しい $q^{-1}q$ を上図の黒い矢印の部分に挿入し、q と q^{-1} を下図のように再配分してみよう。

Q+　　　　Q+　　　　Q=

$$q^{-1}(\ q(\ q^{-1}(\ 1500\ ) + q^{-1}\ (\ (\ q\ (\ q^{-1}(\ 500\ ) + q^{-1}(\ 700\ ))\ )\ ))\ ) = q^{-1}(\ 3900\ )$$

今回は、内側の Q+と外側の Q+が無事同じ意味となった。そして、Q+と Q=は次のように定義できるということが判明する。

$$a\ Q{+}\ b\ \stackrel{\mathrm{def}}{=}\ q\big(q^{-1}(a) + q^{-1}(b)\big),$$

$$a\ Q{=}\ b\ \underset{\mathrm{def}}{\Leftrightarrow} q^{-1}(a) = q^{-1}(b).$$

すなわち、「+」が Q+を意味し、「=」が Q=を意味すると解釈すれば、“1500 + (500 + 700) = 3900”は真となるわけである。

Q 化の手続きは体系的な定式化が可能である。第一に、数関数、述語、論理定項はそれぞれ入力と出力を持っており、広義の関数とみなすことができる。違いは、どのような種類の入力を受け、何を出力するかである。数関数においては、入力と出力は共に数である。述語においては、入力は数であるが出力は式である。そして論理定項では、入力も出力も式である。このように考えると、任意の n 項関数 F の Q 化は次のように定式化できる。

Q 化の手続き：任意の自然数 k(1 ≤ k ≤ n)について、F の k 番目の入力が数 x_k であるならそれを $q^{-1}(x_k)$ に置換し、F の出力が数 y であるならそれを q(y)に置換せよ。

Q 化の手続きのねらいは、解釈 N においては数字の意味に付着していた q^{-1} を関数記号の意味の側に移し替えることである。出力が数 y であるときにそれを q(y)に置き換えるのは、この出力を入力として取り込む別の関数に付着している q^{-1} を相殺するために必要だからである。上述の定義に従い、任意の n 項数関数 f の Q 化は次のように定式化できる。

$$Qf(x_1, x_2, \cdots, x_n) \stackrel{\mathrm{def}}{=} q\Big(f\big(q^{-1}(x_1), q^{-1}(x_2), \cdots, q^{-1}(x_n)\big)\Big). \tag{2.4}$$

例えば、

$$a\,Q\!\times b\ = q\big(q^{-1}(a)\times q^{-1}(b)\big)$$

$$Q\sin(x) = q\left(\sin\big(q^{-1}(x)\big)\right)$$

である。また、n 項述語 P の Q 化は次のように定義される。

$$QP(x_1, x_2, \cdots, x_n) \underset{\mathrm{def}}{\Leftrightarrow} P\big(q^{-1}(x_1), q^{-1}(x_2), \cdots, q^{-1}(x_n)\big). \tag{2.5}$$

例えば、

$$a\,Q\!<b\ \underset{\mathrm{def}}{\Leftrightarrow} q^{-1}(a) < q^{-1}(b)$$

$$a\,Q\!\in A\ \underset{\mathrm{def}}{\Leftrightarrow} q^{-1}(a) \in A$$

である。元として含むという関係を表す「$\in$」は、右側につく集合と合わせて 1 項述語であると考える（すなわち、「$\in \aleph$」を〈…は整数である〉という述語だと考える）ことができる。論理定項は入力も出力も数ではないため、Q 化は論理記号の意味を変えない。さらに、Q 化は等号の意味も変えない点を記しておく。なぜなら $q^{-1}(x) = q^{-1}(y) \Leftrightarrow x = y$ だからである。そこで以後は、論理定項や等号においては簡略のため「Q」を省くことにする。Q 化の手続きはさらに別のタイプの関数にも適用できるのだが、この点は 3 節で論じることにしよう。

ようやく、解釈 Q を次のように特徴づけることができる。

解釈 Q とは、すべての（広義の）関数記号が、その記号が解釈 C において意味する関数を Q 化してできる関数を意味し、数字については解釈 C と同様の意味を持つと解釈するような解釈である。

例えば、“$\forall x(x > 2 \rightarrow x + x < x \times x)$” は解釈 Q においては、$\forall x(x\,Q\!> 2 \rightarrow x\,Q\!+ x\,Q\!< x\,Q\!\times x)$ を意味することになる。特筆すべき点は、関数 q は解釈 N と解釈 Q の間の同型写像であるという点である[3]。したがって同型性定理(isomorphism theorem)により、任意の代数の文

[3]解釈 N と Q における記号 S の意味をそれぞれ S^N、 S^Q と書くことにすると、次の三つの条件が成り立つ。

(i) 解釈 N の定義より、任意の数字 n に対し、

$$q(n^N) = n^Q. \tag{2.6}$$

(ii) (2.4)より、任意の n 項数関数記号 f と任意の数の組 u_1、u_2、…、u_n に関して、

$$f^Q(u_1, u_2, \cdots, u_n) = q\left(f^N\big(q^{-1}(u_1), q^{-1}(u_2), \cdots, q^{-1}(u_n)\big)\right).$$

が解釈 Q において真となるのは、それが解釈 N において真となる時、そしてその時に限ることになる。この事実と命題 C-N から、次の命題を導くことができる。

命題 C-Q：屈曲点より大きい数を表す数字を含まない任意の代数の文は、それが解釈 C において真である時、そしてその時に限り解釈 Q においても真である。屈曲点より大きな数を表す数字を含む文に関しては、一般的にそのような対応関係は成り立たない。

上述した例では、解釈 C と解釈 Q が袂を分かつ屈曲点は 1000 であったが、屈曲点は q の定義の仕方次第で任意の数に変更することが可能である。したがって、屈曲点をこれまで世界の中で言及されたことのある数のうち最大の数と定めることもできるだろう。この時、解釈 Q はこれまでに言明された全ての代数学の文の真理値を保存する。一方、数関数記号や述語記号の解釈は解釈 C とは全く異なっている。解釈 Q を採用する人が、解釈 C を採用する人と異なる振る舞いをするようになるのは、人類がいまだかつて用いたことのないような大きな数を表す数字を含む文においてである。そのような文は将来いつか言明されることだろう。懐疑論者がつけ入る亀裂は、ここに存在するのである。

3. テナントの 3 つの反論

この節では、非標準的解釈に対するテナントの三つの反論を提示し、前節で構築された解釈 Q が彼の反論には影響されないことを示す。テナントの反論を再構成し、それに答えるためるには、集合を値域に取る関数や、二階の量化が必要となる。したがって本節は、このような拡張に対してどのように Q 化の概念を応用していくかの例示ともなっている。

テナントが最初に取り上げるのは、全称量化記号が再解釈された際に生じる困難である (Tennant 1997, pp. 108-110)。テナントはいくつかの困難を記しているが、主要なものは、もし全称量化記号が、クリプキが註 12 において提案したように、制限付きの全称量化を意味するものと解釈されると、どのような制限がついているかを特定するための記述が、談

全ての自然数 x ($1 \leq x \leq n$)について、両辺の u_x に $q(u_x)$を代入すると、

$$q\left(f^N(u_1, u_2, \cdots, u_n)\right) = f^Q\left(q(u_1), q(u_2), \cdots, q(u_n)\right). \qquad (2.7)$$

(iii) (2.5)より、任意の n 項述語記号 P と任意の数の組 u_1、u_2、…、u_n に関して、

$$P^Q(u_1, u_2, \cdots, u_n) \Leftrightarrow P^N\left(q^{-1}(u_1), q^{-1}(u_2), \cdots, q^{-1}(u_n)\right).$$

全ての自然数 x ($1 \leq x \leq n$)について、両辺の u_x に $q(u_x)$を代入すると、

$$P^N(u_1, u_2, \cdots, u_n) \Leftrightarrow P^Q\left(q(u_1), q(u_2), \cdots, q(u_n)\right). \qquad (2.8)$$

(2.6)、(2.7)、(2.8)は q(x)が解釈 N と解釈 Q の同型写像であるための必要十分条件である。

話領域が変わるごとに変化してしまうという点である。これは、全称量化が種によって異なる(sortal sensitive)概念になってしまうということを意味している。例えば談話領域が実数である場合、「∀x」は〈ある値 h より小さなすべての x について〉と解釈されるかもしれない。だが実数ではなく名辞に量化が及ぶ場合、「∀x」は例えば、〈ある名辞の集合 S の要素であるようなすべての名辞について〉と解釈されるだろう。つまり、文脈ごとに「∀」が異なる意味を持つように解釈されなければならなくなるのである。これでは、解釈の統一性が損なわれてしまうだろう。

テナントの第二の反論は、任意の自然数 n に関して、和が n となる自然数同士の足し算はちょうど n + 1 個あるという事実を指摘することから始まる(Ibid., pp. 110-112)。彼はこれをメタ数学的に表現したが、足し算の数というのは被加数の順序対の数と同一視できるため、この事実は以下のように簡単に定式化することができる。

$$\text{“}\forall n(n \in \aleph \rightarrow \mathrm{Num}(\{(a,b)|a+b=n \wedge a,b \in \aleph\}) = n+1)\text{.”} \tag{3.1}$$

ここで、Num(S)とは集合 S の要素の数、すなわち濃度を表している。無論、(3.1)は解釈 C において真である。しかし、「+」をクリプキ流にクワス関数と解釈するならば、(3.1)は偽となってしまう、とテナントは指摘する。というのもクワス算においては、「和」が 5 となるような自然数の順序対は 6 個どころか、(57, 68)を含めて無限に存在するからである。したがってこのままでは、「+」がクワス関数を意味するという解釈は標準的解釈と同じほどには証拠によって支持されないのである。

第三に、テナントは、ちょうど n 個の F とちょうど m 個の G があり、F でありかつ G であるようなものは存在しないとしたら、F または G であるようなものはちょうど n + m 個存在するという事実に着目する。この事実は、テナントが正しくも指摘するように、数字や加算記号を用いずとも、多重量化を用いて表現できるような論理的真理である。すると、この論理的事実は「+」の意味を固定してくれるのではないだろうか？というのも次の文、

$$\text{“}\forall F \forall G\left(\neg\exists x\big(F(x) \wedge G(x)\big) \rightarrow \mathrm{Num}(\{x|F(x)\}) + \mathrm{Num}(\{x|G(x)\}) = \mathrm{Num}(\{x|F(x) \vee G(x)\})\right)\text{”} \tag{3-2}$$

は、候補となるいかなる解釈においても真とならなければならないからである。

テナントは上記三つの反論だけがクリプキの懐疑論に対する障害となると考えたわけではないし、これらの障害が原理的に解決不可能であると証明されたとも考えなかった。彼の戦略は、懐疑論者が一度ある語を逸脱した仕方で解釈すると、隣接する語を次々に再解釈しなければならないという困難に見舞われ、しかも必要な再解釈が極めて奇怪なものにならざるをえないということを読者に印象付けるというものである。懐疑論者の対立解釈 Q の構成法は既に明らかにしてあるので、以下では解釈 Q がテナントの三つの反論を手際よく回避できることを示していきたい。

テナントの第一の反論は、論理記号、特に全称量化記号の意味に改変を加えるような非標準的解釈に向けられている。しかし解釈 Q は論理記号の意味に操作を施すことはないのであった。したがって第一の反論は解釈 Q とは無関係である。

そこで、第二の反論に取り組むことにしよう。解釈 Q において、(3.1)の真理性は保持されるであろうか。一見すると、保持されないように見える。再び、q が(2.1)のように定義される場合を考えよう。仮に n = 1004 とすると、「和」が 1004 となるような「自然数」の順序対は、(0, 1004)、(1, 1002)、(2, 1000)、…、(999, 3)、(1000, 2)、(1002, 1)、(1004, 0)の 1003 個である。解釈 Q においては 1001 と 1003 は「自然数」ではないことに注意してほしい。解釈 Q においては“1001 ∈ ℵ”と“1003 ∈ ℵ”は真ではないからである。他方、“1004 + 1”は解釈 Q において 1004 Q+ 1 を意味し、これは 1006 に等しい。

帳尻が合わないのは、解釈 Q においては、Num という関数も Q 化しなければならないという点を見落としているからである。2 節で述べた Q 化の手続きに従えば、Num をどのように Q 化すればよいかは明らかである。Num は入力が集合で出力が数であるような関数であるから、QNum は次のように定義される。

$$\mathrm{QNum}(S) \overset{\mathrm{def}}{=} q(\mathrm{Num}(S)). \tag{3.3}$$

ここで q(1003) = 1006 であるから、帳尻が合うことが分かる。一般に、「和」が n となるような「自然数」の順序対の「数」は $q(q^{-1}(n) + 1)$である。そしてこれは常に n「足す」1 に等しいのである。

同様に第三の問題も解消される。確かに「Num」が標準的に解釈される限り、(3.2)を真とするには、「+」は加算を意味しなければならないだろう。ところが、解釈 Q においては、「Num」の解釈も Q 化されるのであった。もし「Num」が QNum を意味するならば、「+」は Q+を意味すると解釈しなければ(3.2)が真とならないのは明らかである。

テナントの第二と第三の反論は、どちらも関数 Num を再解釈すれば回避できることが判明した。しかも、Num を再解釈する方法は Q 化の手続きに従ったものであり、アドホックなものでもなければ、奇怪なものでもない。

4. 相互定義可能性

標準的解釈との相互定義可能性は、懐疑論者の非標準的解釈にとっての必須要件ではない。だが、相互定義可能性が成り立つとすると、クリプキの懐疑論に対するある方面からの反論の筋道は完全に断たれることになると思われる。その反論とは、特段の事情がない限り、候補となる意味の中で最も論理的に単純なもの、あるいは論理的に先立つものが記号の真の意味であるという原理を持ち出し、非標準的解釈を排除しようとする。このような反論の筋道は、クリプキ自身によって批判的に検討されている(Kripke 1982, p. 37f)。相互定義可能性が示されれば、クリプキの主張をさらに補強することができるだろう。というのも、候補となる複数の解釈の間に単純さや論理的な先行性における非対称性が存在す

るという前提そのものを、相互定義可能性は突き崩すことになるからである。したがって相互定義可能性を証明することは、どのような反論に対して懐疑論が免疫を持っているかを明らかにするために有益である。

クリプキは、相互定義可能性を重視していないように見える。クワス関数は加算（および選言と不等号）を用いて定義可能であるが、クワス関数を用いて加算を定義することはできない。なぜなら、クワス関数の値域は 114 未満だからである。またクリプキは、「∀x」を上限付きの全称量化と解釈することを提案している。これも、通常の解釈と新たな解釈の間の相互定義可能性に関心を払っているとは思えない提案である。なぜなら、上限付きの全称量化からは（上限のない）全称量化を定義できないからである。

この節では、2 節で提案された Q 化された関数や述語が、元の関数や述語と相互定義可能であることを証明しようと思う。しかしその前に、まずは関数 q について考察を深めておきたい。

解釈 Q は、関数 q を変えることで、無数のバリエーションを作ることができる。関数 q に課せられている唯一の制約は、逆関数 q^{-1} が存在するようにするために全単写でなければならないということだけである。さらに、ある範囲内で解釈 C と解釈 Q が付与する真理値が一致するようにしたいのであれば、同じ範囲内で $q(x) = x$ となるように q を定義すればよい。さらに言うと、過去に言明された文の真理値を保存するために最低限要請されるのは、任意のこれまでに人類が用いてきた数字が意味する数 x に関して $q(x) = x$ が成り立つことであり、使われたことのない間の数については、$q(x) = x$ が成り立たなくてもよいのである。関数 q は、全単射である限り、既知の関数によって定義できる必要はない。しかし、条件を満たす関数 q は、既知の関数を組み合わせることで、原理的には無限に多様な仕方で定義できるはずである。なぜなら、誰かによって使われたことのある数字の数は、いかに多くとも高々有限個だからである。有限数の文の集合に整合的な解釈を与えるという問題が、有限な数列の中に規則を見出すということに類比的なのは、関数 q に課せられたこの条件のゆえにである。結局のところ、クリプキのアナロジーは適切だったのだ。だが、この結論に至るために厳密な証明が必要であったことを私は強調しておきたい。

Q 化した関数や述語は、関数 q と元の関数や述語を用いて定義される。それゆえ、関数 q が既知の関数を組み合わせて定義できないなら、Q 化した関数や述語も、既知の関数と述語から定義できないことになる。そこで以下では、q が既知の関数と述語の組み合わせによって定義でき、(2.1)のように、屈曲点以下では $q(x) = x$ が成り立つ場合を考えることにしよう。

(2.4)と(2.5)を f、P についてそれぞれ解くと、以下の式が得られる。

$$f(x_1, x_2, \cdots, x_n) = q^{-1}\Big(Qf\big(q(x_1), q(x_2), \cdots, q(x_n)\big)\Big), \tag{4.1}$$

$$P(x_1, x_2, \cdots, x_n) \Leftrightarrow QP\big(q(x_1), q(x_2), \cdots, q(x_n)\big). \tag{4.2}$$

(4.1)と(4.2)が示しているのは、元の関数と述語は Q 化された関数と述語、および関数 q を組み合わせることで定義できるということである。それゆえ相互定義可能性は、関数 q が Q 化された関数や述語を用いて定義可能であるかどうかに依存していることになる。この節の残りの部分では、それが可能であることを証明しよう。

第一に、Q 化の定義より、以下が成り立つ。

$$\mathrm{Qq(x)} = \mathrm{q}\left(\mathrm{q}\left(\mathrm{q}^{-1}(\mathrm{x})\right)\right) = \mathrm{q(x)}. \tag{4.3}$$

すなわち、関数 q は、その Q 化がそれ自身と等しいという興味深い性質を持っているのである。したがって問題は、Qq が Q 化された既知の関数と述語の組み合わせで定義可能かどうかということに帰着する。そして、この問題に対する肯定的な答えは、q が既知の関数の組み合わせによって定義できるという前提から、ちょっとした工夫で導き出すことができるのである。この点を例示するために、再び q が(2.1)のように定義されるものとしよう。すると(2.1)より、“$\forall\mathrm{x}\big((\mathrm{q(x)} = \mathrm{x} \wedge \mathrm{x} \leq 1000) \vee (\mathrm{q(x)} = 2 \times \mathrm{x} - 1000 \wedge \mathrm{x} > 1000)\big)$”は解釈 C において真である。さらに、この文には 1000 より大きな数を表す数字は含まれていないため、命題 C-Q より、この命題は解釈 Q においても真である。したがって、以下が成り立つ。

$$\forall\mathrm{x}\big((\mathrm{Qq(x)} = \mathrm{x} \wedge \mathrm{x\,Q} \leq 1000) \vee (\mathrm{Qq(x)} = 2\,\mathrm{Q} \times \mathrm{x\,Q} - 1000 \wedge \mathrm{x\,Q} > 1000)\big). \tag{4.4}$$

(4.3)、(4.4)より、以下が得られる。

$$\mathrm{q(x)} = \mathrm{Qq(x)} = \begin{cases} \mathrm{x} & (\mathrm{x\,Q} \leq 1000) \\ 2\,\mathrm{Q} \times \mathrm{x\,Q} - 1000 & (\mathrm{x\,Q} > 1000) \end{cases}. \tag{4.5}$$

q を定義する文の中に屈曲点よりも大きな数を表す数字が含まれていた場合は、そうならないように改変すればよい（例えば、“q(x) = 2 × (x + 100) − 1200”は、“q(x) = 2 × (x + 100) − 600 − 600”と書き換える）。q が既知の関数と述語によって定義される限り、この方法が一般的に適用できるのは明らかである。それゆえ、q が元の関数と述語から定義できるときには、q は Q 化された関数と述語からも定義可能である。(2.4)、(2.5)、(4.1)、(4.2)、および上述の議論により、q が元の関数と述語を用いて定義できるときは、Q 化された関数と述語は元の関数と述語と相互定義可能であることが示された。さらに、(2.4)と(2.5)を、(4.1)と(4.2)と見比べるなら、両方向の定義は、q と q^{-1} が入れ替わっていることを除いて、ほぼ対称的であると判明するのである。これはつまり、論理的な観点からは、一方が他方より単純であるとか基礎的であるとは言えない、ということを意味している。

5. 自然言語に別の解釈は存在するか？

本節では、自然言語の別の解釈の可能性について簡単に論じる。まずは、クリプキの「グルー」の例を引くことから始めよう。彼はグッドマンが「帰納法の新たな謎」において作り出したグルーの概念が、意味の懐疑論の事例としても利用できると論じた。ここでグル

ーとは、ある時点 t までに調べられグリーンであるか、t 以後に調べられブルーであるようなもの全てに適用される述語である。ここで t とは、未来の定まったある時点のことである。懐疑論者の議論の進め方は、クワスの場合と同様である。確かに私たちは、「このエメラルドはグリーンだ」「あの草はグリーンだ」「あの空はグリーンではない」等々と言明してきた。しかしこのような証拠をいくら積み重ねても、私たちが「グリーン」という語によって、グリーンではなくグルーを意味していたという可能性は排除できない。というのも標準的解釈を支持するように見えるこれらの証拠はいずれも、「グリーン」がグルーを意味するという仮説を含む無数の非標準的な解釈と同様に整合的だからである。

とはいえ、懐疑論者が提案する対立仮説がいくらかでも説得力を持つものとなるためには、その仮説は単称言明のみならず、これまでに言明されたすべての文の真理値を保存するのでなければならない。その中には、「全てのエメラルドはグリーンである」「波長 530nm の光はグリーンである」「グリーンの光とレッドの光を混ぜるとイエローの光になる」といった文が含まれているはずである。もっともらしい対立仮説を作るためには、これらの文の真理値を保存するように、「全ての」「グリーン」「レッド」「エメラルド」「波長」といった語の意味も同時に調整しなければならないのである。

本論文の読者は、日常言語に対しても、代数学の場合と同じ技法を用いることができるのではないかと思うかもしれない。だが、これまで述べてきた技法を用いて自然言語の非標準的解釈を得るためには、自然言語はまず、技法をそれに対して適用するための体系的意味論を備えていなければならないのである。自然言語の体系的意味論は、リチャード・モンタギューやドナルド・デイヴィドソンといった論理学者や哲学者によって研究されてきたが、彼らが提案した意味論がここでの用途に適うものであるかどうかは、本論で扱うことのできる範囲を超えた主題である。

一方、前節までの議論から、自然言語の、数に隣接する部分だけに異なる解釈を与えることはできそうである。Q 化の手続きがここでも有効である。以下では、そのような再解釈をいくつか例示してみたい。

まず、「リンゴの数とオレンジの数の和は、生徒の数よりも多い」という言明は、数、大小関係、および和の概念を 2 節や 3 節と同様に Q 化することで、〈リンゴの Q 数とオレンジの Q 数の Q 和は、生徒の Q 数よりも Q 多い〉、と再解釈することができるだろう。

また単位というのは、数を入力とし測定値(measurement)を出力とする関数とみなせるから、例えば cm という単位の Q 化は次のように定義できるだろう。

$$\mathrm{x}\text{ は }\mathrm{y\ Qcm}\text{ である} \underset{def}{\Longleftrightarrow} \mathrm{x}\text{ は }\mathrm{q}^{-1}(\mathrm{y})\ \mathrm{cm}\text{ である.}$$

「冷蔵庫の高さは 185cm である」という文はしたがって、〈冷蔵庫の高さは 185Qcm である〉と解釈されることになる。

最後に、意味するという概念は、〈x が y を意味する〉という二項関係であり、y に数が

入ることがあるという特徴がある。それゆえ、この述語の Q 化は、

$$\text{x は y を Q 意味する} \underset{def}{\Longleftrightarrow} \begin{cases} \text{x は}q^{-1}(y)\text{を意味する}(\text{y が数のとき}) \\ \text{x は y を意味する} \qquad (\text{それ以外}) \end{cases}$$

と定義できるだろう。q が(2.1)のように定義される時、「『1200』は 1400 を意味する」は非標準的解釈において真である。なぜなら、$q^{-1}(1400) = 1200$ であり、「『1200』は 1200 を意味する」は標準的解釈において真だからである。この戦略が常に有効であると証明されたわけではないが、自然言語の非標準的解釈を得る一つの有望な方法であると思われる。

6. 結論

本論では、クリプキの意味の懐疑を定式化する過程で必要となる、代数学の言語の非標準的解釈の構成法を記述してきた。加えて、本論で構成された解釈は、以下の特徴を備えていることが証明された。

1. 多くの人に何度も用いられてきた代数学の記号の意味を体系的な仕方で改変する。
2. 今までに言明された全ての文の真理値を保存する。
3. これまでに言明されたことのない文の中には、標準的解釈とは異なる真理値を割り振られるものがある。
4. 等号記号および論理記号の意味を変えない。
5. テナントによって提起された反論を回避している。
6. 標準的解釈と、ほぼ対称的な形で相互定義可能である。

同様の技法が自然言語に一般的に応用可能であるかどうかという点は、未解決の問題である。しかし、Q 化の手続きに従って数に関わる概念を Q 化すれば、自然言語のある種の非標準的解釈を手に入れることができるように思われる。

本論では、*Wittgenstein on Rules and Private Language* において議論の中心を占めている話者の傾向性や話者が持つ心像と言葉の意味との関係についての問題や、規則遵守のパラドクスに対する懐疑的解決については全く扱うことができなかった。本論は、クリプキ行った論証の最初の一歩に集中し、その妥当性を検証したものである。したがって、本論の妥当性が認められたとしても、クリプキの議論全体の妥当性が示されたことにはならない。しかし、懐疑論者の対立仮説の具体例を示したことによって、クリプキの懐疑論の支持者と反対者の双方が受け入れられるような、さらなる議論のための土台を提供することができたのではないかと私は信じている。

参考文献

Allen, B. (1989). Gruesome Arithmetic: Kripke's Sceptic Replies. *Dialogue,* 28, 257-264.
Blackburn, S. (1984). The individual strike back. *Synthese ,* 58(3), 281-301.

Goodman, N. (1983). *Fact, Fiction, and Forecast* (4th ed.). Cambridge: Harvard University Press.

Kripke, S. A. (1982). *Wittgenstein on Rules and Private Language.* Cambridge: Harvard University Press.

Putnam, H. (1980). Models and Reality. *The Journal of Symbolic Logic,* 45(3), 464-482.

Tennant, N. (1997). *the Taming of the True.* New York: Oxford University Press.

Wittgenstein, L. (2001). *Philosophical Investigations* (3rd ed.). (trans: Anscombe, G. E. M. Trans.). Oxford: Blackwell.